

# Anwendungsorientierte Analyseverfahren

## Regressionsannahmen

Prof. Dr. Michael Scharkow

Sommersemester 2024

# ANNAHMEN DES GLM

## Statistische Annahmen

- Linearität und Additivität der Zusammenhänge
- Normalverteilung und Homoskedastizität der Residuen
- Unabhängigkeit der Residuen
- keine einflussreichen Ausreißer
- keine Multikollinearität

## Kausalannahmen

- korrekt spezifiziertes Modell, d.h. keine fehlenden oder überflüssigen Kovariaten

# LINEARITÄT & ADDITIVITÄT

- **Annahme:** der Zusammenhang zwischen  $X$  und  $Y$  ist linear und unabhängig von  $Z$
- **Diagnose:** Inspektion des Scatterplots bzw. des Fitted/Residual-Plots
- **Verletzung:** nichtlineare Zusammenhänge (quadratisch, exponentiell, etc.)
- **Konsequenz der Verletzung:** verzerrte Regressionskoeffizienten
- **Lösung:** Transformation von  $X$  oder  $Y$ , nichtlineares Regressionsmodell, Moderationsanalyse mit  $Z$

# HOMOSKEDASTIZITÄT DER RESIDUEN

- **Annahme:** Residualvarianz ist für alle Werte von  $X$  gleich
- **Diagnose:** Fitted/Residual-Plots
- **Verletzung:** Residuen streuen in Abhängigkeit von  $X$
- **Konsequenz der Verletzung:** falsche Standardfehler, ineffiziente Schätzung
- **Lösung:** alternative Standardfehler, Datentransformationen, alternatives Modell

# UNABHÄNGIGKEIT DER RESIDUEN

- **Annahme:** Residuen korrelieren weder miteinander noch mit den Prädiktoren
- **Diagnose:** Nachdenken über datengenerierenden Prozess, Test auf serielle Korrelation
- **Verletzung:** Residuen (und oft Variablen) sind geclustert (zeitlich, Stichprobe)
- **Konsequenz der Verletzung:** falsche Standardfehler, ineffiziente Schätzung
- **Lösung:** Multilevel-Modell, Modell mit Autokorrelationen

# KEINE EINFLUSSREICHEN AUSREISSER

- **Annahme:** alle Fälle tragen gleich zur Schätzung bei
- **Diagnose:** Scatterplot, Leverage-Plot
- **Verletzung:** einzelne Fälle beeinflussen die Höhe der Regressionsgeraden
- **Konsequenz der Verletzung:** verzerrte Regressionskoeffizienten
- **Lösung:** Ausschluss von Ausreißern (mit klar definierten Regeln!)

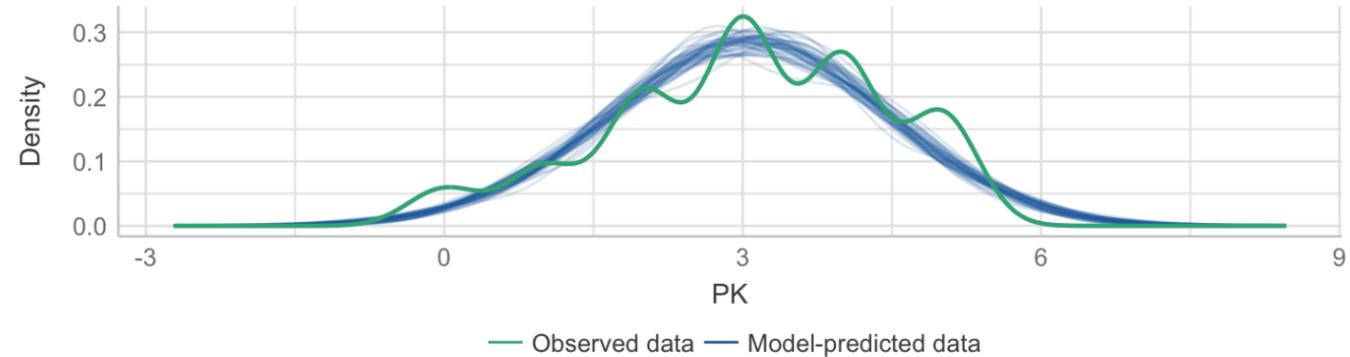
# KEINE MULTIKOLLINEARITÄT

- **Annahme:** Prädiktorvariablen  $X$  korrelieren nicht zu stark miteinander
- **Diagnose:** Korrelationsmatrix der Prädiktoren, VIF-Analyse (Variance Inflation Factor)
- **Verletzung:** Prädiktorvariablen korrelieren stark miteinander
- **Konsequenz der Verletzung:** falsche Standardfehler, ineffiziente Schätzung
- **Lösung:** Ausschluss von Prädiktorvariablen

# BEISPIEL: VAN ERKEL & VAN AELST, 2021

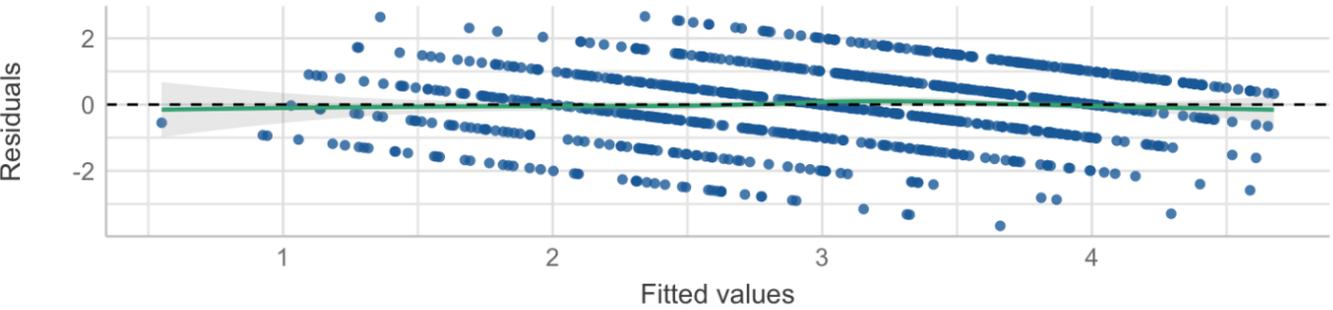
Posterior Predictive Check

Model-predicted lines should resemble observed data line



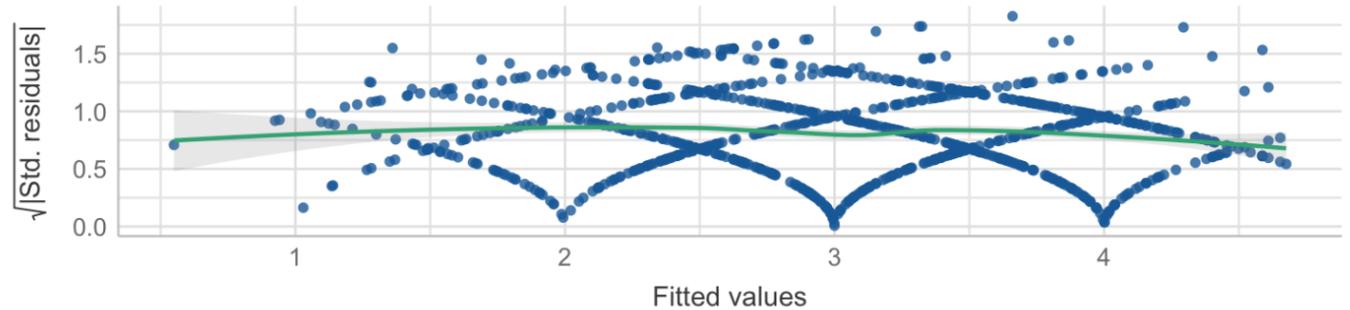
Linearity

Reference line should be flat and horizontal



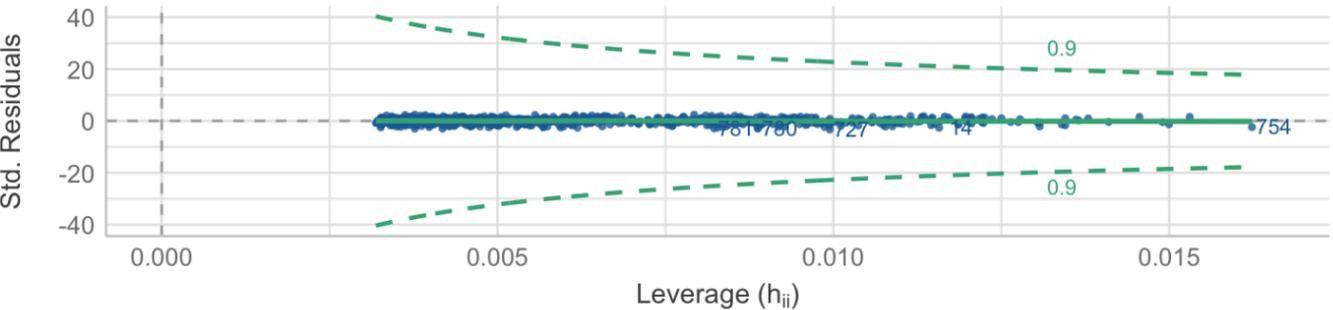
Homogeneity of Variance

Reference line should be flat and horizontal



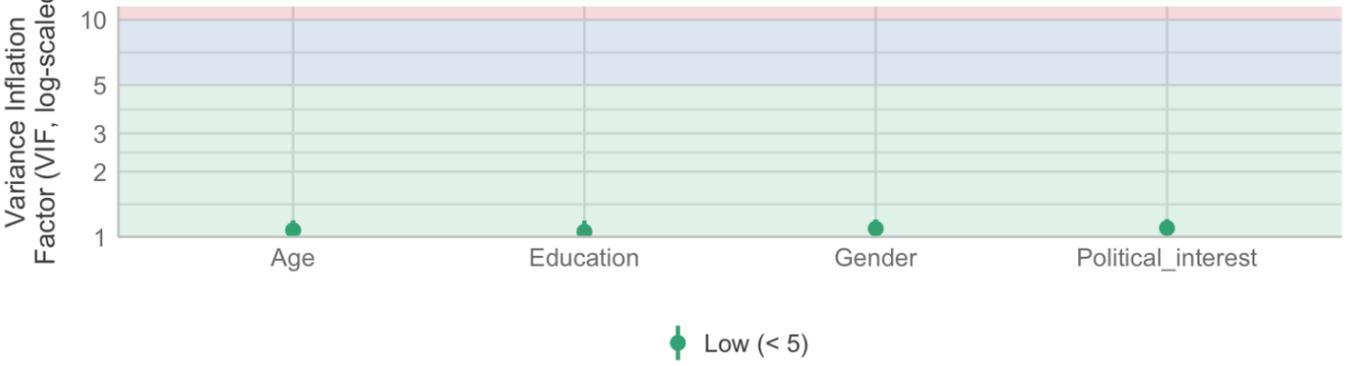
Influential Observations

Points should be inside the contour lines



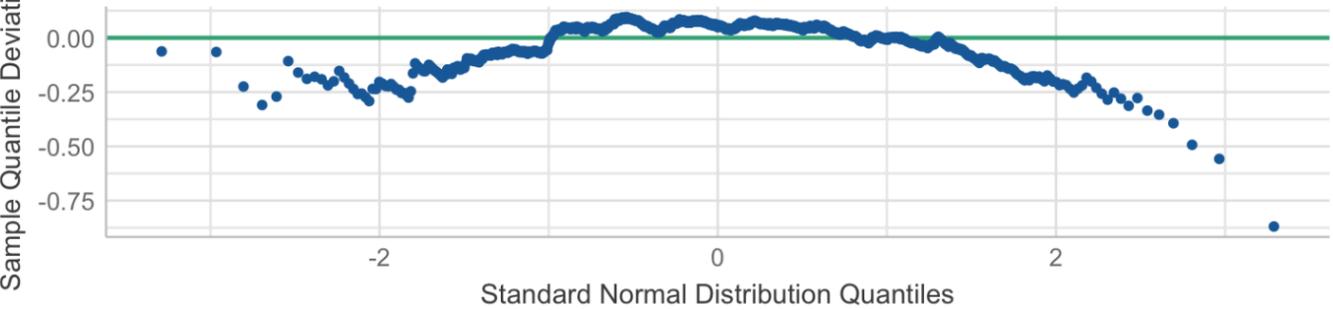
Collinearity

High collinearity (VIF) may inflate parameter uncertainty



Normality of Residuals

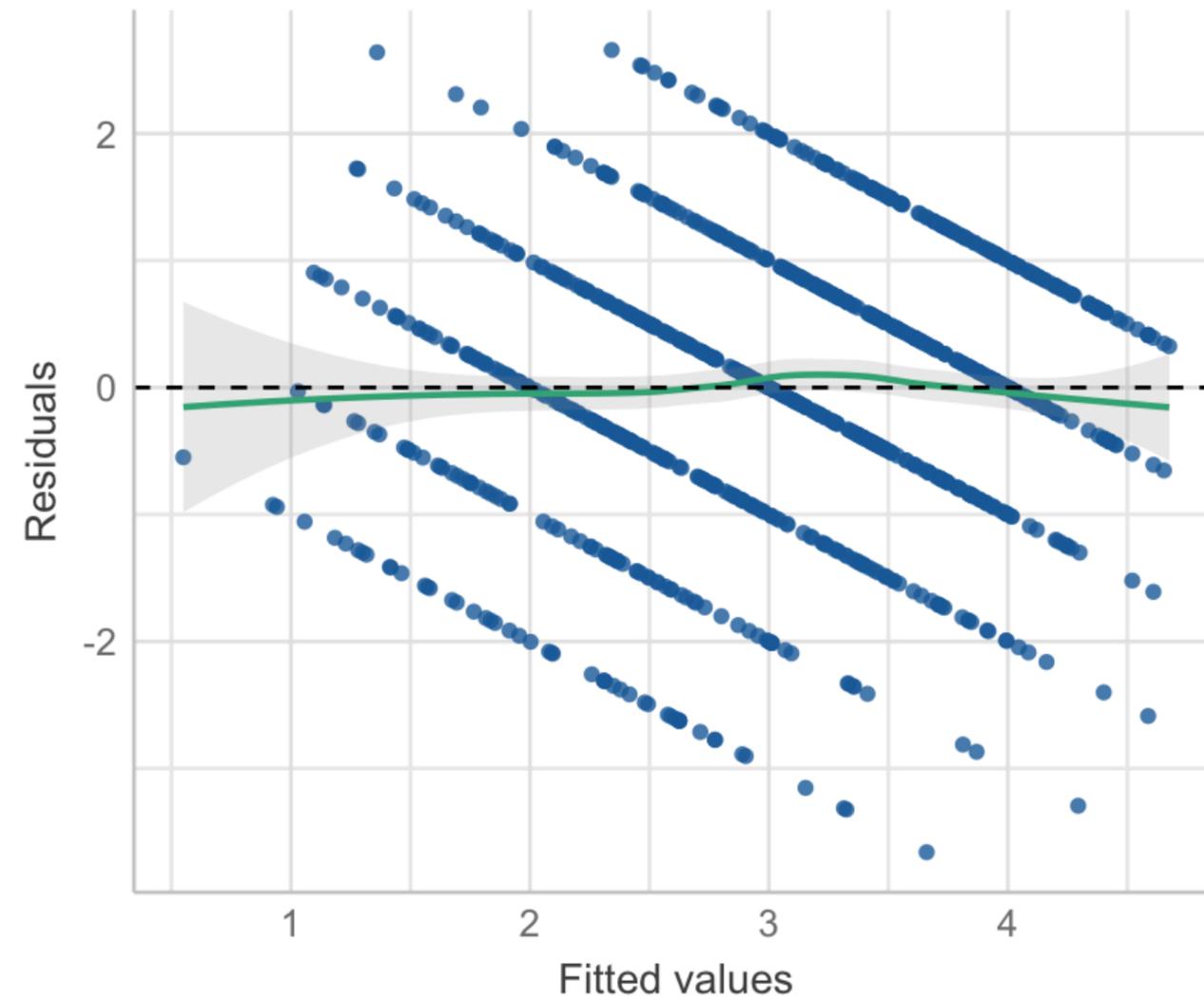
Points should fall along the line



# LINEARITÄT UND HOMOSKEDASTIZITÄT

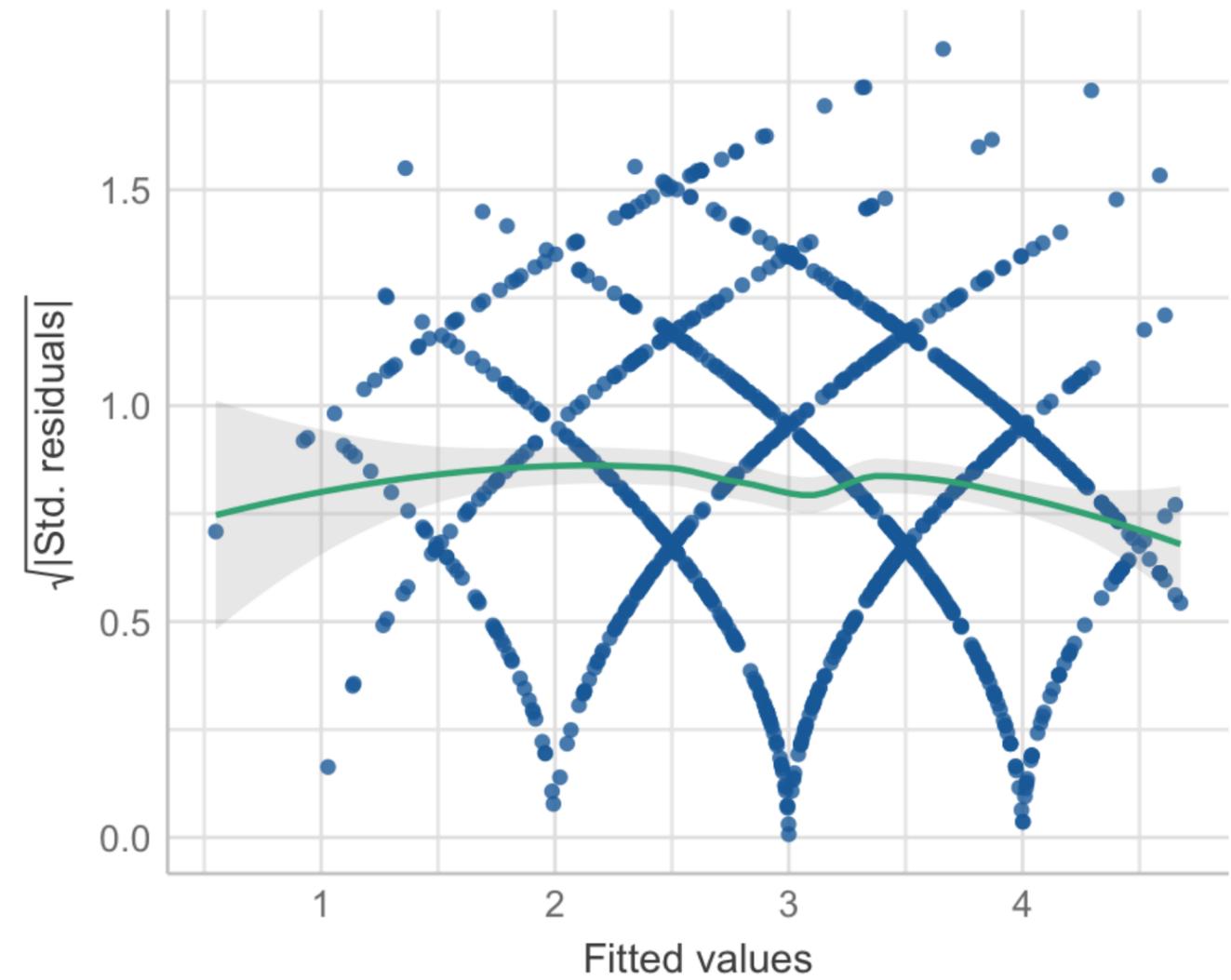
## Linearity

Reference line should be flat and horizontal



## Homogeneity of Variance

Reference line should be flat and horizontal

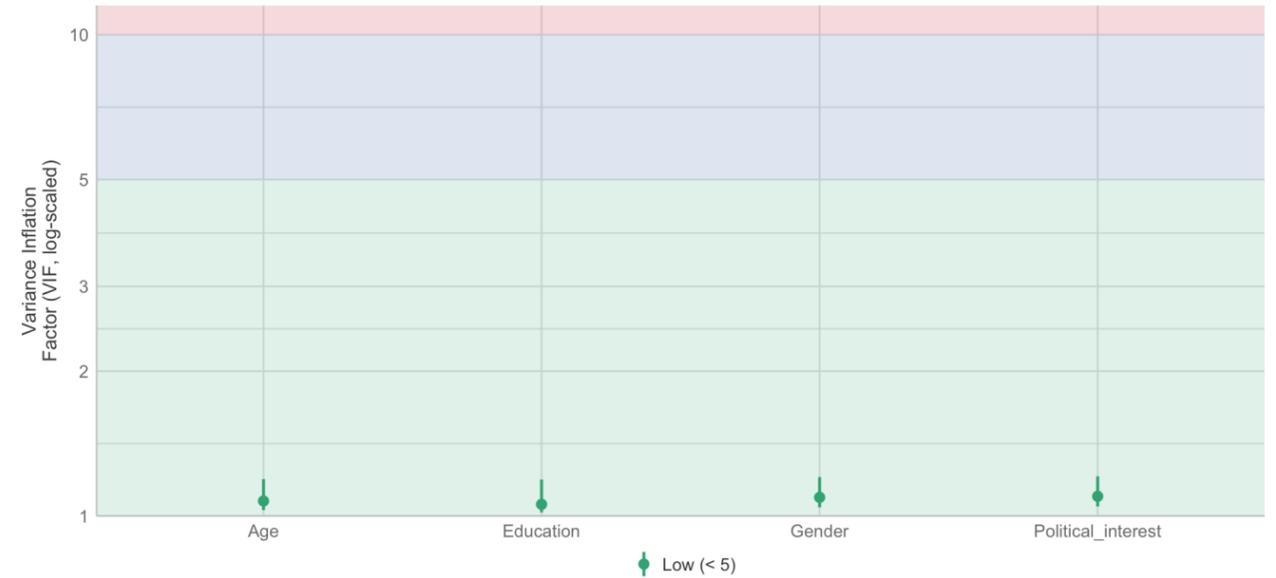


# MULTIKOLLINEARITÄT

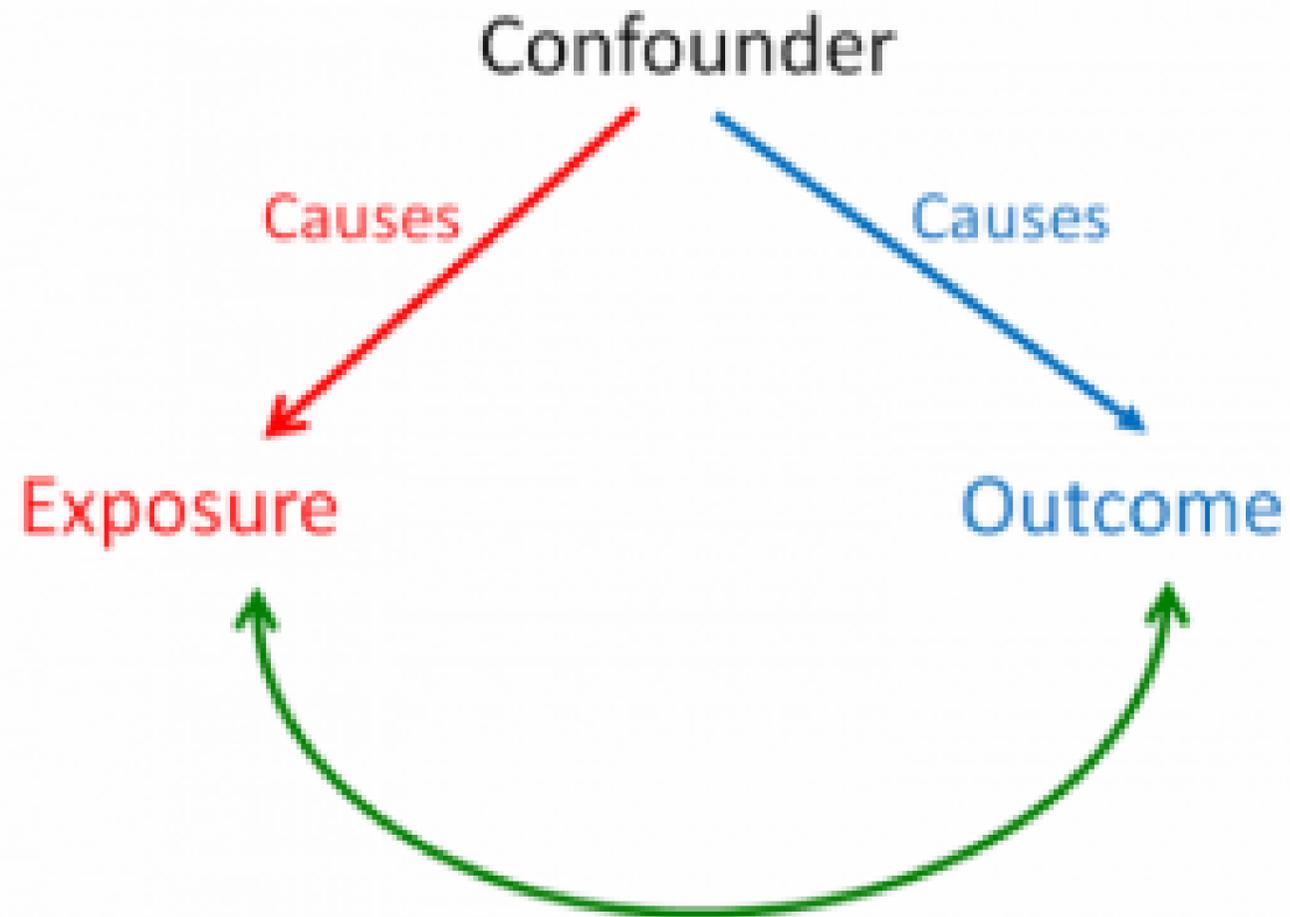
Parameter	Political_interest	Age	Gender
PK	0.49	0.3	-0.31
Gender	-0.21	-0.2	NA
Age	0.14	NA	NA

## VIF

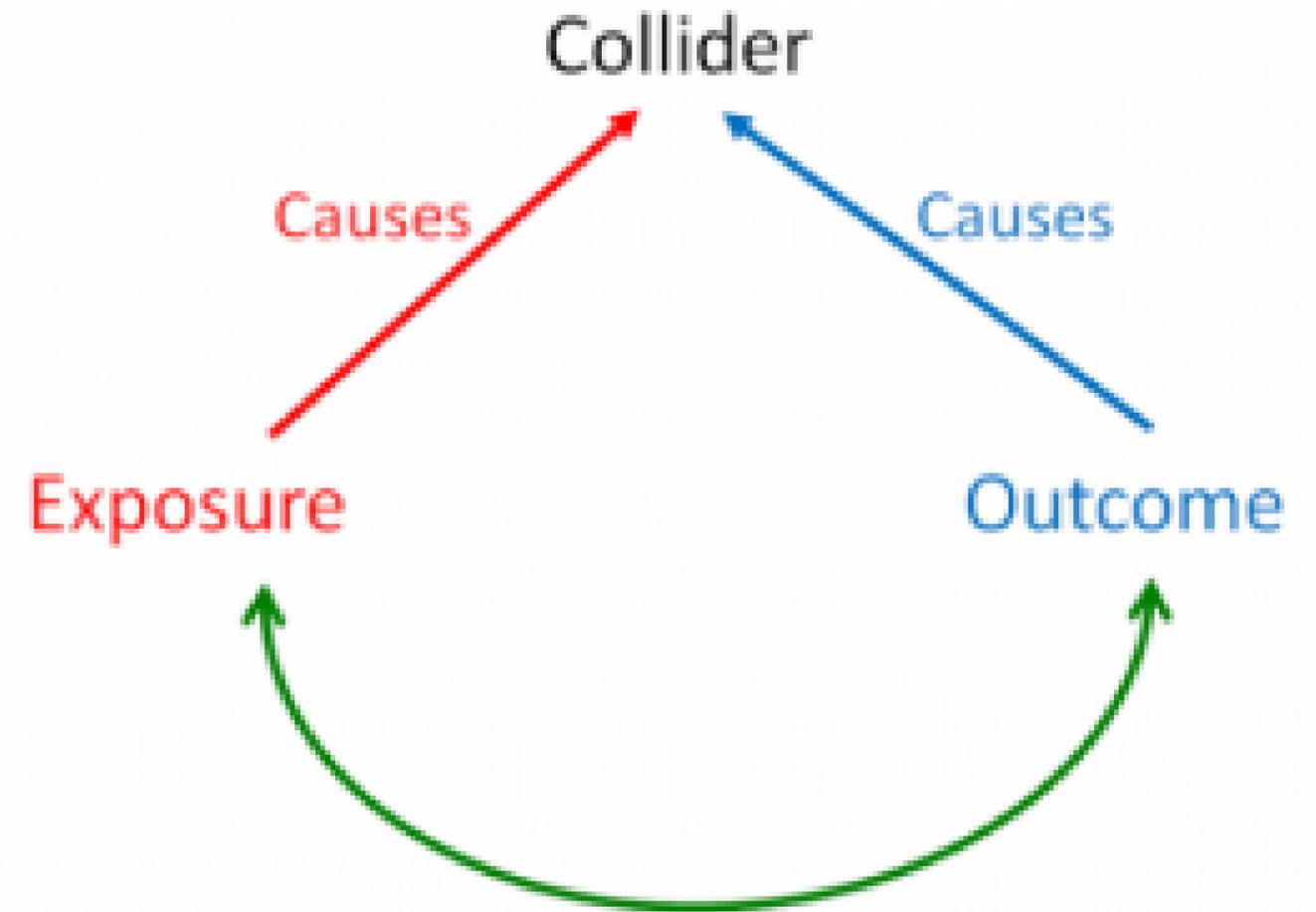
Collinearity  
High collinearity (VIF) may inflate parameter uncertainty



# KAUSALANNAHMEN, CONFOUNDERS, COLLIDERS

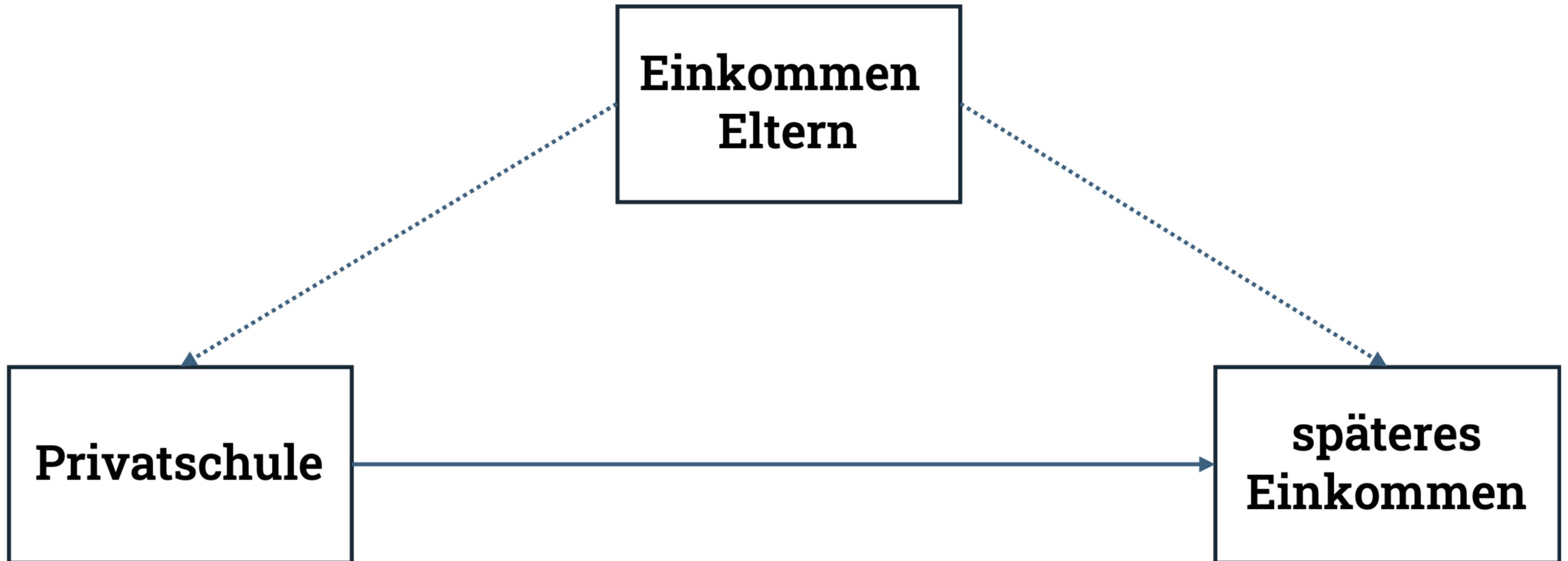


Distorted association when failing to control for the confounder



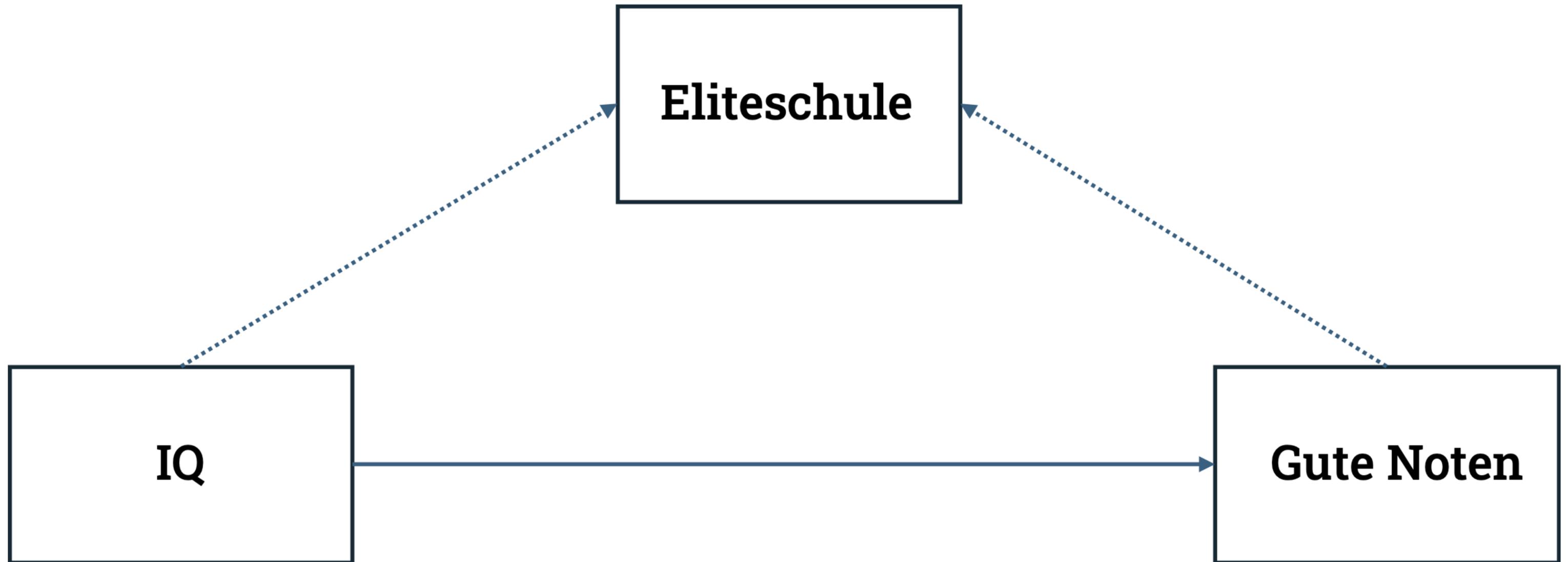
Distorted association when controlling for the collider

# CONFOUNDER- ODER OMMITTED-VARIABLE-BIAS



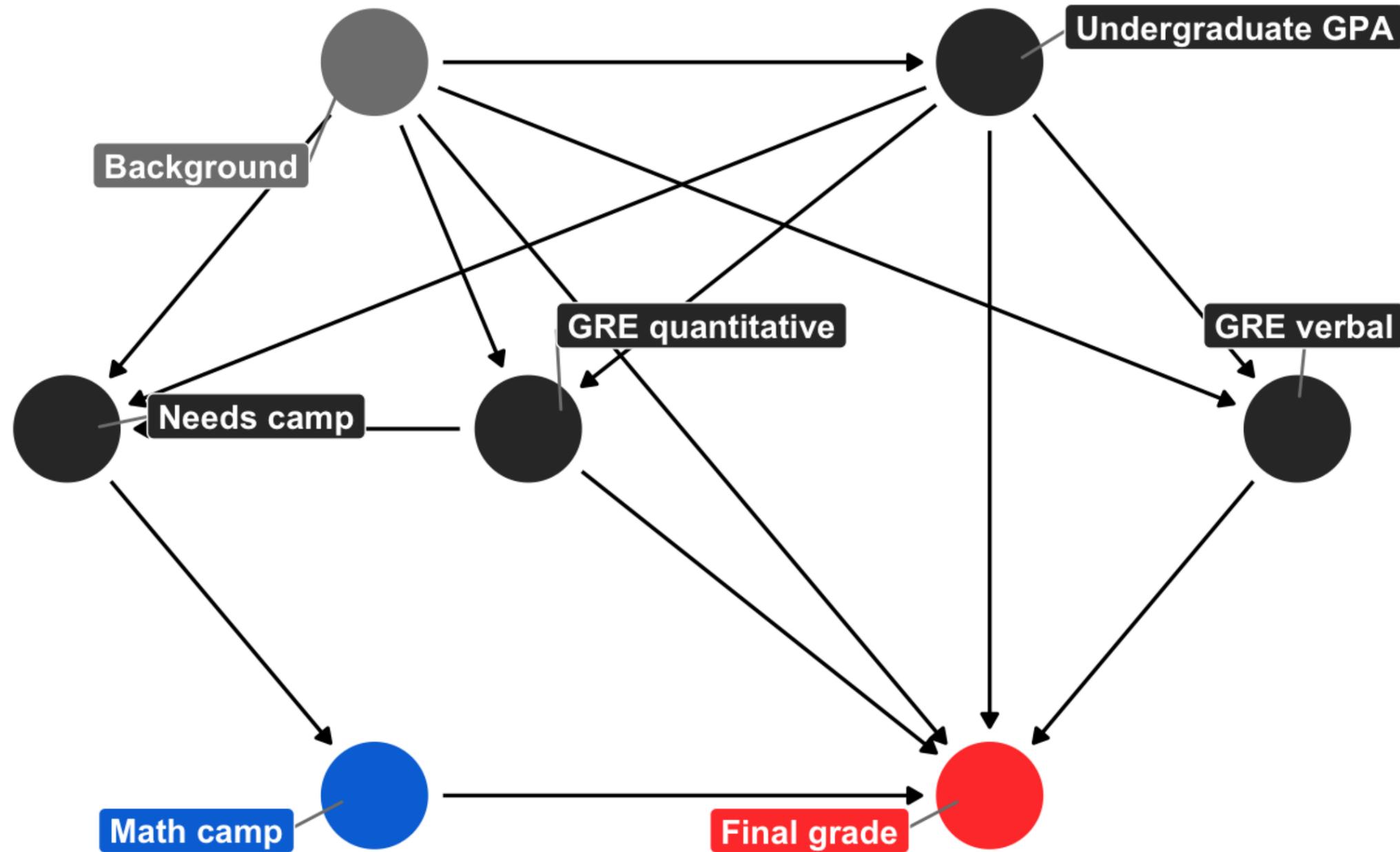
Nicht-Berücksichtigung einer relevanten Kovariate, die  $X$  und  $Y$  beeinflusst, verzerrt den geschätzten Zusammenhang zwischen  $X$  und  $Y$ .

# COLLIDER-BIAS



Berücksichtigung einer Kovariate, die von  $X$  und  $Y$  beeinflusst wird, verzerrt den geschätzten Zusammenhang zwischen  $X$  und  $Y$ .

# (KAUSALE) PFADMODELLE



Quelle: <https://www.andrewheiss.com/blog/2020/02/25/closing-backdoors-dags/>

# VERLETZUNG DER MODELLANNAHMEN - UND NUN?

- Keine Panik! Modellannahmen sind praktisch immer verletzt (z.B. Normalverteilung der Residuen)
- viele Annahmen beziehen sich auf die Residuen, nicht auf X oder Y
- wichtig ist, einschätzen zu können, welche Konsequenzen eine Verletzung der Modellannahme haben kann
  - verzerrte Schätzer (zu hoch, zu niedrig)
  - falsche Standardfehler (Alpha- und Beta-Fehler)
  - falsche Kausalschlüsse (Rohrer, 2018; Coenen, 2022)
- vorsichtig formulieren, Robustheit der Ergebnisse prüfen

# LITERATUR

Coenen, L. (2022). The indirect effect is omitted variable bias. A cautionary note on the theoretical interpretation of products-of-coefficients in mediation analyses. *European Journal of Communication*, 37(6), 679-688.

van Erkel, P. F., & Van Aelst, P. (2021). Why don't we learn from social media? Studying effects of and mechanisms behind social media news use on general surveillance political knowledge. *Political Communication*, 38(4), 407-425.

Rohrer, J. M. (2018). Thinking clearly about correlations and causation: Graphical causal models for observational data. *Advances in methods and practices in psychological science*, 1(1), 27-42.